COMSOL Multiphysics 在水下物体散射声场建模仿真中的应用

何传林，温文豪，李冬
海洋工程学院，哈尔滨工业大学，威海，山东，中国。

摘要

本文介绍 COMSOL Multiphysics 在水下物体散射声场建模仿真中的案例，具体工作包括：应用声学边界元(pressure acoustics boundary element, pabe)、高频渐近散射(pressure acoustics asymptotic scattering, paas)方法计算刚性球的散射形态函数 f_∞将其与 Rayleigh 理论解作对比，指出了这两种数值仿真结果与理论解的对等关系；采用固体力学-声学边界元多物理场耦合(FEM-BEM)建模思路代替直接压力声学(pressure acoustics, pa)模型计算了实心铝球的散射指向性，与 Rayleigh 理论解的结果对比表明 FEM-BEM 混合建模思路可以大量节省计算自由度、提高计算效率；对比了基于 pabe、paas、Rayleigh 级数等方法 Pekeris 波导刚性球的反向、前向散射声场分布及其声压级的距离变化曲线，结果显示 pabe 和 paas 的反向散射声场结果与理论解的结果吻合良好，但 paas 的前向散射声场结果存在明显偏差；将散射体替换为 BETSSI 潜艇模型后也有类似的计算结果和结论；用前向散射远场形态函数的 Kirchhoff 近似方法代替 paas 方法，计算的前向散射声场结果与 pabe、Rayleigh 理论解的声场分布结构相似、声压级变化曲线相近；但此替代方法得到的 Pekeris 波导 BETSSI 潜艇模型的前向散射声场分布和声压级距离变化曲线均与 pabe 模型的结果存在一定误差(值偏高)。其原因可能是 Kirchhoff 近似方法计算的前向声散射形态函数的相位与 pabe 模型结果之间存在较大偏差，且会因散射物体外形复杂度的增加而增大。以上仿真结果和对比分析表明，COMSOL Multiphysics 的声学模块在水下物体的散射声场建模方面展现了独特优势，后续值得在浅海复杂物体的散射声场快速预报方面进一步挖掘更大的潜力。

关键词：水下物体声散射，水声物理场建模，COMSOL 数值仿真。

0.引言

水下物体的声散射特征是有源声呐探测、检测与识别的物理基础，连同立足其衍生出的信号处理方法一直是水声工程领域所持续关注的热点和难点。众所周知，除了球面、圆柱面、椭圆柱面、旋转抛物面、长旋转椭球面、扁旋转椭球面等 11 种曲面能获得散射(或辐射)问题的闭式解之外[1]，其他形状曲面的散射(或辐射)问题的解则只能诉诸数值方法。目前的算力水平已大幅跃升，借助数值仿真平台去解算具有复杂结构或外形的水下物体的散射声场就顺理成章地成为了一条必要途径[2]。

COMSOL Multiphysics 的声学接口内置了多种解算声学问题的物理模型且既有频域的又有时域的。本文介绍作者工作中经常用的三种频域模型：声学边界元(pressure acoustics, boundary element，简记 pabe)、高频渐近散射(pressure acoustics, asymptomatic scattering，简记 paas)和固体力学-声学边界元多物理场(简记 FEM-BEM)模型计算简单规则目标(刚性球、弹性实心球)、外形复杂目标(BETSSI 潜艇)在无限水域空间和浅海信道中的散射声场时的具体应用案例和仿真结果，并通过将其与 Rayleigh 级数理论解比对指出各方法的适用性范围。相关的分析结论对于用 COMSOL Multiphysics 完成复杂外形或结构物体在非理想波导条件下的散射声场建模具有一定的参考意义。

1.COMSOL 数值解与 Rayleigh 级数解对比

1.1 散射声场 Rayleigh 级数解的选定

入射平面波在公开发表的文献资料里存在两种表达式

$$\begin{aligned} p_{\mathrm{inc},1}(r,t) &= p_{\mathrm{a}} e^{\mathrm{i}(k_0 r-\omega_0 t)}, \\ p_{\mathrm{inc},2}(r,t) &= p_{\mathrm{a}} e^{\mathrm{i}(\omega_0 t-k_0 r)}, \end{aligned} \tag{1}$$

其中 ω_0 为单频入射声场的角频率(或圆频率)，$k_0=\omega_0/c$ 为波数，p_{a} 为幅度。显然两式存在互为共轭的关系，$p_{\mathrm{inc},1}(r,t)$ 多见于规则物体散射声场理论解的文献，$p_{\mathrm{inc},2}(r,t)$ 则是 COMSOL Multiphysics 中的声学模块所采用的声压表达式。依据如下傅里叶变换对：

$$x(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} X(\mathrm{i}\omega)e^{\mathrm{i}\omega t}d\omega,$$

$$X(\mathrm{i}\omega)=\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-\mathrm{i}\omega t}dt,$$

得到(1)式入射声压频谱为

$$\begin{aligned} p_{\mathrm{inc},1}(r,\omega) &= 2\pi p_{\mathrm{a}} e^{\mathrm{i}k_0 r}\delta(\omega+\omega_0), \\ p_{\mathrm{inc},2}(r,\omega) &= 2\pi p_{\mathrm{a}} e^{-\mathrm{i}k_0 r}\delta(\omega-\omega_0). \end{aligned} \tag{2}$$

易见 $p_{\mathrm{inc},1}(r,\omega)$ 对应左边谱而 $p_{\mathrm{inc},2}(r,\omega)$ 对应右边谱。在此基础上可得如下关系

$$\begin{aligned} x^*(t) &= \frac{1}{2\pi}\left[\int_{-\infty}^{+\infty} X(\mathrm{i}\omega)e^{\mathrm{i}\omega t}d\omega\right]^* \\ &= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} X^*(-\mathrm{i}\omega)e^{\mathrm{i}\omega t}d\omega. \end{aligned}$$

与(1)式联立，有

$$\left[p_{\mathrm{inc},1}(r,-\omega)\right]^{*}=p_{\mathrm{inc},2}(r,\omega),\qquad p_{\mathrm{inc},1}(r,\omega)=\left[p_{\mathrm{inc},2}(r,-\omega)\right]^{*}. \tag{3}$$

以上分析结果表明(1)式中的两种平面波表征形式必然会导致两种的散射远场形态函数表达式。因而有必要再给出简单的推演以直观展示两者的区别，便于为后文数值解与解析解的比对提供参考。

对于半径为 a 的刚性球，其全向对称性可将三维空间散射问题化简为二维极坐标平面的散射问题，坐标系原点与刚性球的球心重合。将入射波 $p_{\mathrm{inc},1}(r,t)=p_{\mathrm{a}}e^{\mathrm{i}(k_0r-\omega_0t)}$ 展开为 Legendre 多项式的级数

$$p_{\mathrm{inc},1}(r,t)=p_{\mathrm{a}}e^{\mathrm{i}\omega_0t}\sum_{n=0}^{+\infty}\mathrm{i}^n(2n+1)j_n(k_0r)P_n(\cos\theta),$$

散射声波也可写成类似形式

$$p_{\mathrm{sct},1}(r,t)=p_{\mathrm{a}}e^{-\mathrm{i}\omega_0t}\sum_{n=0}^{\infty}A_nP_n(\cos\theta)h_n^{(1)}(k_0r),$$

这里的 θ 为极坐标系的极角，同时也是散射分置角，其中 $\theta=\pi$ 代表反向散射、$\theta=0$ 代表前向散射。依据刚性球表面“质点法向振速为零”边界条件计算待定系数 A_n 后代入散射声场表达式并考虑第一类球 Hankel 函数的渐近式，得到的散射远场形态函数为

$$f_{\infty,1}(\theta)\approx\frac{\mathrm{i}}{k_0}\sum_{n=0}^{+\infty}(2n+1)\frac{j_n'(k_0a)}{h_n^{(1)\prime}(k_0a)}P_n(\cos\theta). \tag{4}$$

采用类似的处理方式可以得到此刚性球在平面波 $p_{\mathrm{inc},2}(r,t)=p_{\mathrm{a}}e^{\mathrm{i}(\omega_0t-k_0r)}$ 入射时的散射远场形态函数

$$f_{\infty,2}(\theta)\approx-\frac{\mathrm{i}}{k_0}\sum_{n=0}^{+\infty}(2n+1)\frac{j_n'(k_0a)}{h_n^{(2)\prime}(k_0a)}P_n(\cos\theta). \tag{5}$$

第一类球 Hankel 函数 $h_n^{(1)}(k_0r)$ 和第二类球 Hankel 函数 $h_n^{(2)}(k_0r)$ 可以表示为球 Bessel 函数 $j_n(k_0r)$ 与球 Neumann 函数 $n_n(k_0r)$ 的复数和

$$h_n^{(1)}(k_0r)=j_n(k_0r)+\mathrm{i}n_n(k_0r),\qquad h_n^{(2)}(k_0r)=j_n(k_0r)-\mathrm{i}n_n(k_0r),$$

进而有

$$h_n^{(1)\prime}(k_0a)=j_n'(k_0a)+\mathrm{i}n_n'(k_0a),\qquad h_n^{(2)\prime}(k_0r)=j_n'(k_0r)-\mathrm{i}n_n'(k_0r).$$

将上式分别代入(4)式和(5)式，得

$$f_{\infty,1}(\theta)\approx\frac{1}{k_0}\sum_{n=0}^{+\infty}(2n+1)\frac{j_n'(k_0a)n_n'(k_0a)+\mathrm{i}\left[j_n'(k_0a)\right]^2}{\left[j_n'(k_0a)\right]^2+\left[n_n'(k_0a)\right]^2}P_n(\cos\theta), \tag{6}$$

$$f_{\infty,2}(\theta)\approx\frac{1}{k_0}\sum_{n=0}^{+\infty}(2n+1)\frac{j_n'(k_0a)n_n'(k_0a)-\mathrm{i}\left[j_n'(k_0a)\right]^2}{\left[j_n'(k_0a)\right]^2+\left[n_n'(k_0a)\right]^2}P_n(\cos\theta). \tag{7}$$

观察(1)、(3)、(6)和(7)式发现：无限水域中两个相位互为共轭的入射平面声波照射到同一个物体上产生的散射声场也互为共轭。这刚好能说明物体的散射特性是其固有属性。图 1 展示了刚性球半径 a = 2 m、入射平面波频率为 0.5 kHz条件下 $f_{\infty,1}(\theta)$ 和 $f_{\infty,2}(\theta)$ 的计算结果，其中(a)图为形态函数实部、虚部的对比，(b)图为模的对比。该结果直观地展示了两种散射远场形态函数的共轭关系：实部相同、虚部互反、模相等。依此类推对于弹性球(壳)、无限长圆柱体(壳)等规则散射体也可以得到相似的结论。

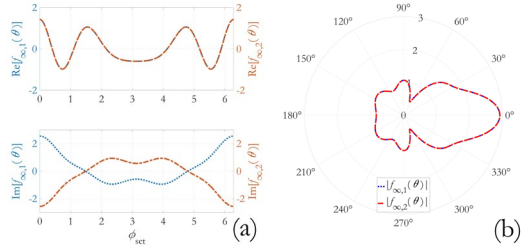

图 1. 刚性球散射远场形态函数 $f_{\infty,1}(\theta)$ 和 $f_{\infty,2}(\theta)$ 的计算结果对比：(a) f_∞ 的实部、虚部，(b) $|f_\infty|$。

1.2 刚性球散射声场的数值与解析结果对比

在 COMSOL 用 pabe 物理节点建立半径 2.0 m刚性球的声散射边界元仿真模型，设置入射波的幅度、频率和方向以及观测距离等全局参数，添加“硬声场边界(壁)”，依次得到了入射频率 0.5 kHz 和 2.0 kHz 下的散射远场形态函数 f_∞^{pabe} 的结果(如图 2 所示)并将其与(5)式的解析解 f_∞^{Rayl} 做比对，发现 pabe 结果与解析解的吻合一致性很高。可以进一步明确：COMSOL 计算的散射声场数值解是右边谱而非左边谱平面波照射下的结果，对于复杂目标而言，也应如此。

边界元模型的计算自由度也会因入射频率的增大而显著增加，给计算效率的制造了不小麻烦。COMSOL 的 paas 物理节点可以有效解决高频条件下声散射计算的效率问题，所采用的策略源自等几何边界元方法[3]。图 3 展示了同图 2 条件下的 paas 模型得到的 f_∞^{paas} 及其与 f_∞^{Rayl} 的对比结果。不难看出：入射频率越大 paas 模型的计算精度越高，计算效率也比同条件下的 pabe 模型更高。然而这种数值结果存在一个比较明显小“瑕疵”，就是不能计算物体的前向散射远场形态函数。图 3 的两组结果均显示散射方位越靠近前向散射方向(f_∞^{paas} 中 $\phi_{\mathrm{sct}}=0$ 或(5)式中的 $\theta=0$)，paas 模型的计算误差越大。仿真分析结果表明 COMSOL 的 pabe 和 paas 物理节点都是解算水中刚性物体的散射声场的有效工具，

paas则更适合高频情形、但其计算的前向声散射结果的误差较大。

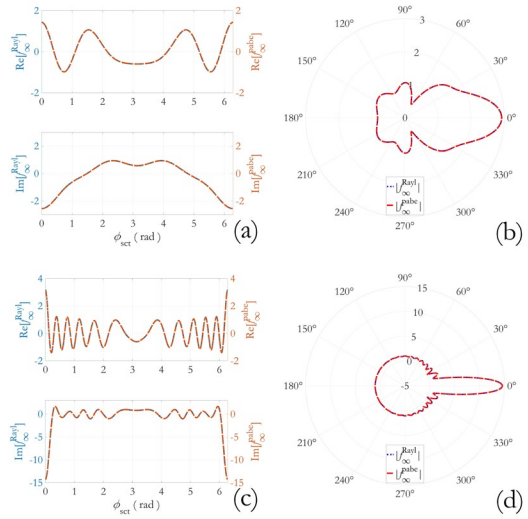

图 2. COMSOL pabe 模型的刚性球散射远场形态函数的结果：入射频率 0.5 kHz 时 (a) f_∞的实部、虚部和 (b) 模，2.0 kHz 时 (c) f_∞的实部、虚部和 (d) 模。

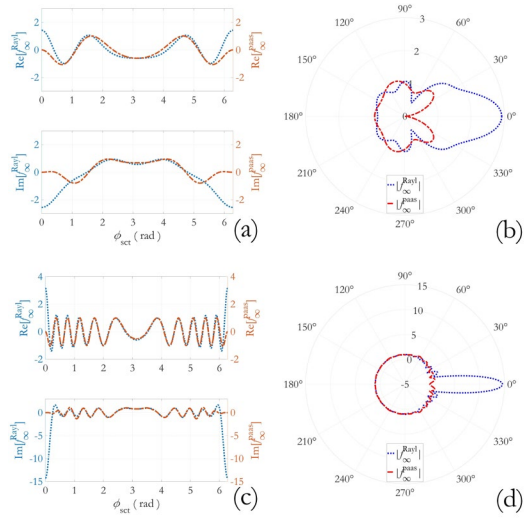

图 3. COMSOL paas 模型的刚性球散射远场形态函数的结果：入射频率 0.5 kHz 时 (a) f_∞的实部、虚部和 (b) 模，2.0 kHz 时 (c) f_∞的实部、虚部和 (d) 模。

1.3 弹性球散射声场的数值与解析结果对比

保持球的半径不变并赋予其材料参数，则球体表面的边界由刚性变为弹性，需用 COMSOL 中的有限远物理节点解算其声散射场。这里采用固体力学与声学边界元耦合 (FEM-BEM) 方式建立了实心铝球的散射声场仿真模型，其中无限外域为水介质，球表面既为流-固耦合边界，也为有限元-边界元的多物理场耦合边界，目标强度 *TS* 的指向性结果如图 4 的棕色实线所示，蓝色虚线为相应的 Rayleigh 级数解取复共轭后的结果。数值结果与理论结果的一致性表明：弹性物体对声波的散射特性同样是其固有属性，不受入射声场变化的影响。在结算弹性结构物体的声散射问题时，固体力学-声学边界元耦合建模方法是传统的有限元-有限域-完美匹配层方法的有效替代途径，相同频率条件下可以节省自由度或相同自由度条件下提高计算频率上限。

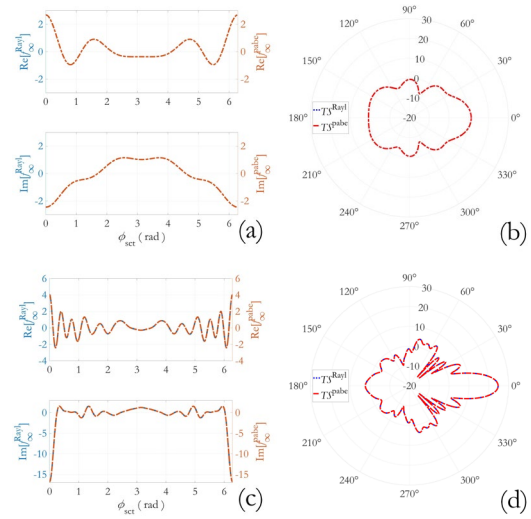

图 4 实心铝球散射远场形态函数的 FEM-BEM 计算结果：入射频率 0.5 kHz 时 (a) f_∞的实部、虚部和 (b) 模，2.0 kHz 时 (c) f_∞的实部、虚部和 (d) 模。

2.前向声散射的 Kirchhoff-COMSOL 混合建模方法

分别采用 pabe 和 paas 物理节点建立 Segmented BETSSI 潜艇的散射声场模型，如图 5 所示，艇体中心轴与 *x* 轴共线且艇艉朝着 *x* 轴正方向。设置入射频率 0.5 Hz、入射天顶角 $\pi/2$ 和“硬声场边界 (壁)”，“对艏”、“正横”和“对艉”三个入射方位角下的目标强度指向性结果在图 6 中给出。图 6 (a) 和 6 (b) 对应“正横”入射时 *TS* 在 *xoy* 和 *zox* 两个平面内的指向性结果，图 6 (c) 和 6 (d) 对应“对艏”入射时 *TS* 在 *xoy* 和 *yoz* 两个平面内的指向性结果，图 6 (e) 和 6 (f) 对应“对艉”入射时 *TS* 在 *xoy* 和 *zox* 两个平面内的指向性结果。与图 3 的结果类似，在高频条或入射波长小于散射体特征尺度的条件下，paas 模型取得了对 pabe 模型的良好近似效果，且计算速率更快。但是在靠近前向散射方向计算结果失效的问题依然是存在的。推测导致这一计算误差的直接原因，可能是在 paas 模型算法中，当接收点位于散射体的影区一侧时认为影区对声场没有贡献[4]，致使在严格前向散射方向上的目标强度出现趋于零的极小值。

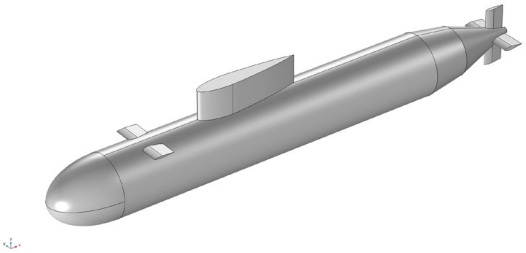

图 5. Segmented BETSSI 潜艇的实尺度模型

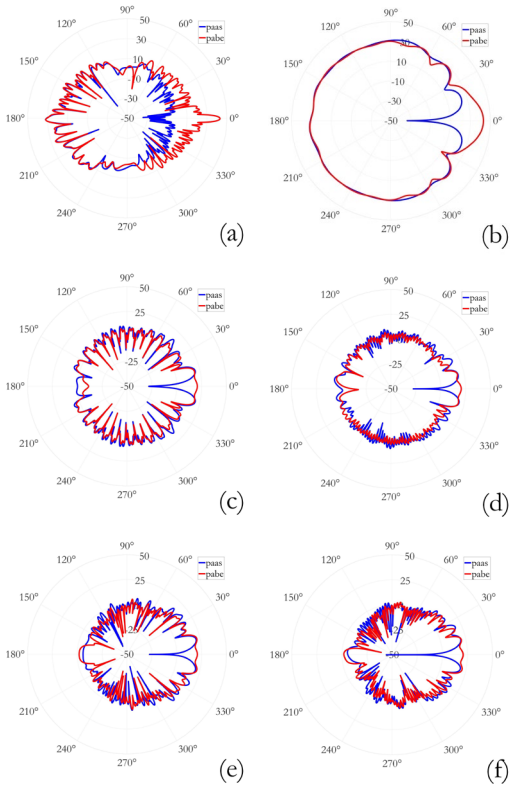

图 6. Segmented BETSSI 潜艇的指向性仿真结果，包括：正横入射时 (a) *xoy* 和 (b) *yoz* 平面内的指向性，对艏入射时 (c) *xoy* 和 (d) *zox* 平面内的指向性，对艉入射时 (e) *xoy* 和 (f) *zox* 平面内的指向性。

3.浅海 Pekeris 波导的目标散射声场仿真

将物体的散射远场形态函数与浅海声传播的简正波模型耦合起来，可以完成典型浅海条件下水中物体的散射声场建模仿真，尤其适用于解算具有复杂结构、外形的水下物体的在中、低频条件下的散射声场。

3.1 刚性球

图 7 给出了在水深 100 m 的 Pekeris 波导中半径 10 m 的刚性球位于水下 50 m、被同样水深但水平间隔 4 km 的单频 (0.3 kHz) 点声源照射时，反向散射声场的分布情况和典型深度处的反向散射波的声压级随距离的变化结果。这里计算刚性球的散射远场形态函数时分别采用了 Rayleigh 级数解、pabe 模型和 paas 模型，可以看出三种方法计算结果具有较好的一致性：声场分布结构几乎相同、声压级曲线也近乎重叠。

图 8 则是与图 7 相对应的前向散射声场结果，由于 paas 模型不能准确计算前向散射远场形态函数，其得到的声场结果与 Rayleigh 级数解和 pabe 模型的偏差均较大。这里引用前向声散射形态函数的 Kirchhoff 近似方法[5]替代 paas 模型，得到了图 8 (e)-(f) 所示的结果，其声场分布和散射声压级的距离衰减曲线与前两种方法的吻合度较高。这里的 Kirchhoff 近似方法只需获得散射体在入射波方向的投影横界面的轮廓并将截面依次划分为多个梯形微元，即可快速计算前向散射的远场形态函数。

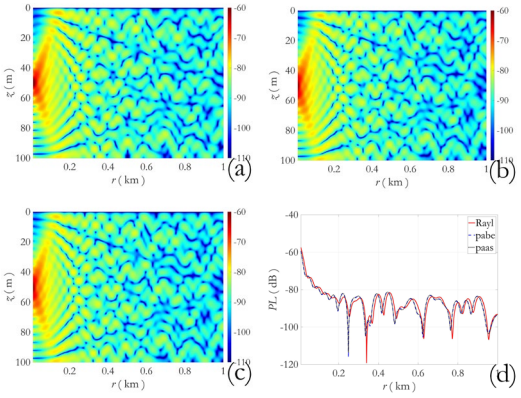

图 7 Pekeris 波导刚性球反向散射声场仿真结果，(a)-(c) 分别对应了散射形态函数的 Rayleigh 解、pabe 解和 paas 解，(d) 为接收深度 50 m 处三种模型计算的反向散射声压级的距离变化曲线。

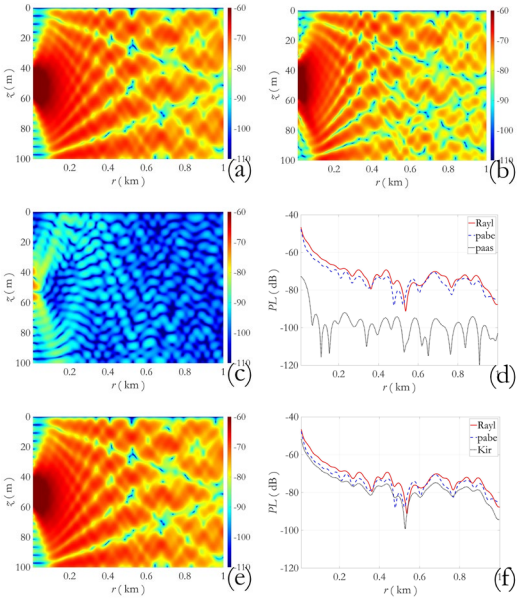

图 8. Pekeris 波导刚性球前向散射声场仿真结果，(a)-(c) 分别对应了散射形态函数的 Rayleigh 解、pabe 解和 paas 解，(d) 为接收深度 50 m 处三种模型计算的前向散射声压级的距离变化曲线，(e) 为前向散射形态函数的 Kirchhoff 近似解得到的声场分布，(f) 为 (a)、(b)、(e) 图上深度 50 m 处的前向散射声压级的距离变化对比曲线。

3.2 BETSSI 潜艇模型

将图 5 的 BETSSI 潜艇模型置于图 7 对应的 Pekeris 波导环境，并保持其他参数条件不变，只将声源频率取为 0.5 kHz，采用与刚性球的类似分析思路得到了图 9 所示的声场仿真结果。图 9 (a)-图 9 (f) 的结果表明，在高频条件下用 paas 模型代替 pabe 模型计算信道中物体的反向散射声场是可行的，有助于提高计算效率，但用于计算信道中物体的前向散射声场则并不可行的。图 9 (g) 为 Kirchhoff 近似得到的前向散射形态函数耦合入声传播模型后的计算结果，该结果展示了与图 9 (b) 之间的一定相近性，且比图 9 (c)

的结果有了显著改善。但是，图 9(h)的声压级曲线则显示 Kirchhoff 前向散射近似方法得到的声压级总体上明显高于 pabe 方法的声压级，两者之间的偏差大于图 8(f)中的偏差。导致误差的因素可能有很多，但主要因素还是在于计算前向声散射形态函数时采用的 Kirchhoff 近似方法是一种等效方法，其计算结果与 pabe 模型结果之间的相位差异会因散射物体外形复杂度的增加而增大，经与声传播模型耦合之后，声场计算误差则有可能会被进一步放大。该问题值得在后续研究中做详细分析，也有助于对加深理解 Kirchhoff 等效近似计算前向声散射形态函数的深层原理。

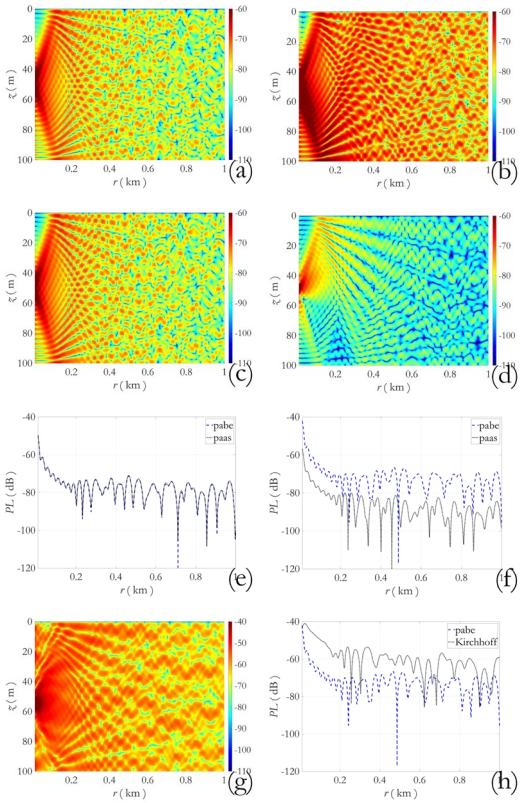

图 9. Pekeris 波导 BETSSI 潜艇的散射声场仿真结果，其中(a)pabe 反向散射、(b)pabe 前向散射、(c)paas 反向散射、(d)paas 前向散射、(e)反向散射声压级曲线的 pabe 与 paas 结果对比、(f)前向散射声压级曲线的 pabe 与 paas 结果对比、(g)Kirchhoff 前向散射近似下的声场分布、(h)前向散射声压级曲线的 Kirchhoff 与 pabe 结果对比。

结论

本文结合科研工作任务，考察了 COMSOL Multiphysics 计算的水下物体的散射远场形态函数的数值解与 Rayleigh 理论解的对等关系，并从频谱分析角度给出了解释；另用固体力学-声学边界元(pabe)多物理场耦合方式代替传统有限元-有限域-完美匹配层计算了实心铝球散射远场形态函数，两组仿真结果均可得出相同的结论，即声散射特性是散射体的固有属性，不受入射声场变化的影响。固体力学-声学边界元多物理场耦合方式可以提升结构复杂弹性物体的散射场计算效率。在入射频率较高的条件下，pabe 模型可以代替 pabe 模型计算反向散射远场形态函数并能取得较高计算精度，但计算的前向散射远场形态函数的结果与 pabe 结果存在较大偏差。简单规则目标如刚性球如此，外形复杂目标如 BETSSI 潜艇模型亦如此。

针对此问题，引用前向散射形态函数的 Kirchhoff 近似方法代替 paas 模型。计算的 Pekeris 波导刚性球的前向散射声场分布和声压级的距离变化曲线取得了与 Rayleigh 解、pabe 解的良好一致性。继续用此替代方法计算了 BETSSI 潜艇模型在同一 Pekeris 波导中的前向散射声场，发现该方法能够计算前向散射声场并可得到声压级的距离变化曲线，但与 pabe 模型的结果存在一定误差(值偏高)。究其原因，可能是计算前向声散射形态函数时采用的 Kirchhoff 近似方法是一种等效方法，其计算结果与 pabe 模型结果之间的相位差异会因散射物体外形复杂度的增加而增大，经与声传播模型耦合之后，声场计算误差则有可能会被进一步放大。此问题留作后续研究解决。

参考文献

[1] 汤渭霖, 范军, 马忠成, 水中目标声散射[M]. 科学出版社, 北京, 2018.
[2] Chuanlin He, Simulations on the Problem of Underwater Target Scattering by COMSOL Multiphysics[C]. International Conference on Frontiers of Ocean Science and Technology, Changsha, 2024.
[3] J. V. Venås, T. Kvamsdal, Isogeometric analysis of acoustic scattering with perfectly matched layers (IGAPML)[J]. Computer methods in applied mathematics and engineering, 2022, 401: 115647.
[4] 陈燕, 汤渭霖, 范军, 浅海波导中目标回声计算的射线声学方法[J]. 声学学报, 2010, 35(3): 335-342.
[5] Chuanlin He, Yi Zheng, Xu Xiang, Yuanliang Ma, Kirchhoff Approximations for the Forward-Scattering Target Strength of Underwater Objects [J]. Journal of Theoretical and Computational Acoustics, 2020, 28(1): 1950008.

致谢

作者在 COMSOL 模拟仿真应用方面遇到了不少具体问题，COMSOL 技术支持团队给予了耐心解答和周到协助，在此表示衷心感谢！